**Ułamki dziesiętne**

[Arytmetyka – szkoła podstawowa – raczej łatwe – przydatne]

Ułamki z przecinkiem

Każdy ułamek złożony z licznika, kreski ułamkowej i mianownika nazywamy ułamkiem zwykłym. Innym rodzajem ułamków są ułamki dziesiętne. Jeśli ułamek zwykły posiada mianownik, który składa się z jedynki i zer, to możemy zapisać go za pomocą liczby z przecinkiem, w postaci ułamka dziesiętnego. Najpierw z ułamka, który chcemy zamienić na ułamek dziesiętny, musimy wyłączyć całości (jeśli jest to ułamek niewłaściwy). Pozostaje nam wtedy liczba mieszana, która składa się z pełnej liczby i ułamka o mianowniku złożonym z jedynki i zer. Wtedy piszemy tę pełną liczbę, stawiamy przecinek i przepisujemy licznik ułamka. Warunkiem powstania ułamka dziesiętnego jest zgodność pomiędzy ilością cyfr po przecinku, a ilością zer mianownika. Tu ponownie najlepiej odwołać się do przykładów.

Chcemy zapisać ułamek 1 w postaci ułamka dziesiętnego. Przepisujemy więc jedynkę, stawiamy przecinek i piszemy dwa: 1,2. Ilość cyfr po przecinku (1) jest równa z ilości zer mianownika.

W podobny sposób można zamienić np. ułamek 71:

71

Tak samo ułamki niewłaściwe:

Można zauważyć, że ułamek jest równy (po skróceniu przez 10), więc i 79,90=79,9. Tak samo … , więc i 79,9=79,90= 79,900=79,9000=79,… Zatem:

W ułamku dziesiętnym ilość zer po liczbie po przecinku nie ma znaczenia.

Ułamek nieposiadający pełnych liczb także można przedstawić jako ułamek dziesiętny. Ponieważ taki ułamek ma 0 całości (nie ma ich), to przed przecinkiem tego ułamka piszemy 0. Zgodnie z tym: .

Nieco większy problem pojawia się, gdy ilość cyfr licznika ułamka nie jest równa ilości zer mianownika. Wtedy po przecinku piszemy odpowiednią ilość zer i liczbę z licznika. Suma zer i cyfr licznika musi się wtedy zgadzać.

=0,0067

Okazuje się, że każdy ułamek można zamienić na dziesiętny (każdy dziesiętny oczywiście też można zamienić na zwykły). Wiemy, że po pomnożeniu licznika i mianownika danego ułamka przez tę samą liczbę, otrzymujemy ułamek równy wyjściowemu. Więc mianownik zamienianego ułamka sprowadzamy wtedy do liczby złożonej z jedynki i zer, po czym zapisujemy z przecinkiem:

Przykłady zamiany ułamków zwykłych na dziesiętne:

Działania na ułamkach dziesiętnych

Zawsze ułamki dziesiętne, na których wykonujemy działania, możemy zamienić na ułamki zwykłe, w miarę możliwości skrócić, po czym wykonać działanie, jeżeli uważa się ten sposób za łatwiejszy. Ułamki dziesiętne można jednak dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić tak, jak zwyczajne liczby, jedynie trzeba wtedy uważać na przecinki.

Dodawanie ułamków typu: 1,21+0,35=1,56 nie jest trudne. Aby dodać nieco „dłuższe” ułamki, można wykonać to w słupku. Zasadniczo dodajemy je identycznie, jak dodawane do tej pory w słupku liczby, jedynie z jedną różnicą: zamiast wyrównywać liczby do prawej, zapisujemy je tak, aby ich przecinki znajdowały się pod sobą. Wtedy cyfry jedności, dziesiątek, setek itd. wciąż pozostaną pod sobą. Także cyfry części dziesiątych, setnych, tysięcznych itd. (kolejno w prawo od przecinka) będą znajdowały się pod sobą. Po zapisaniu słupka, pod kreską stawiamy przecinek odpowiednio pod poprzednimi przecinkami, a resztę dodawania wykonujemy normalnie.

Chcemy dodać liczby 127,8645 i 98,506

Wszystkie przecinki znajdują się pod sobą. Całe dodawanie wykonujemy tak, jak do tej pory:

Dodawanie ułamka dziesiętnego i zwykłej liczby również można wykonać słupku. Wystarczy przyjąć, że w pełnej liczbie przecinek także znajduje się na jej końcu, lecz liczba po przecinku nie ma wartości.

Dodajemy liczby 899,76 i 54

Najważniejsza przy zapisie dodawania w słupku jest zasada pisania odpowiadających sobie cyfr – jedności, dziesiątek, setek… pod sobą.

Przykłady dodawania ułamków dziesiętnych:

45,8+0,79=46,59

67+8,23=75,23

4,86+6,84=11,7

11,11+99,99=111,1

23,96+45+90,90=159,86

Odejmowanie ułamków dziesiętnych polega na tym samym. Zapisując je w słupku, tak samo należy pamiętać o przecinkach w jednej kolumnie.

Odejmijmy więc od 101,101 liczbę 90, 90

A teraz wykonajmy działanie 58,12-39,6482

Ponieważ ilość zer liczby po przecinku nie ma znaczenia, działanie to można przedstawić jako 58,1200-39,6482 i obliczyć:

Przykłady odejmowania ułamków dziesiętnych:

8,61-2,35=6,26

2,3-1,45=0,85

111,111-99,99=11,121

130-12,5689=117,4311

W mnożeniu również nie ma większego problemu z takimi ułamkami. Mnożąc kilka ułamków należy, nie zwracając uwagi na przecinek, pomnożyć czynniki, a w wyniku postawić przecinek w odpowiednim miejscu. Tyle, ile w mnożonych liczbach występuje cyfr po przecinku, tyle cyfr po przecinku musi znajdować się w wyniku końcowym. Jeśli pomnożymy liczby 1,1 przez 0,8, to w wyniku działania przecinek należy postawić dwa miejsca od prawej, ponieważ łącznie w obu czynnikach dwie cyfry są po przecinku. Zgodnie z tym 1,10,8=0,88 (skoro 118=88, to w 88 odliczamy dwa miejsca w tył i stawiamy przecinek).

Wykonując mnożenie w słupku wyrównujemy liczby do prawej niezależnie od tego, czy odpowiadające sobie cyfry będą znajdowały się pod sobą. Działanie wykonujemy, nie zwracając uwagi na przecinki, a dopiero w wyniku stawiamy przecinek w odliczonym miejscu.

Mnożymy 12,78 przez 7,1156

Mimo, że cyfry jedności, dziesiątek, części dziesiątych, setnych, tysięcznych i dziesięciotysięcznych nie są zapisane pod sobą, działanie to ma wyglądać w ten sposób. Aby skrócić długość działania, możemy zamienić liczby stronami, ponieważ 12,78 posiada mniej cyfr. Możemy również zlikwidować przecinki, które wstawimy dopiero w wyniku. Mnożenie wykonujemy zwyczajnie.

Ponieważ w mnożonych liczbach występowało łącznie 6 cyfr po przecinku, w wyniku mnożenia stawiamy przecinek 6 miejsc od końca, więc ostatecznym wynikiem działania 12,787,1156 jest 90,937368.

Przykłady mnożenia ułamków dziesiętnych:

2,11,2=2,25

78,1625=1954

11,1122,22=246,8642

5,30,0001=0,00053

Dzielenie ułamków dziesiętnych można wykonać tylko wtedy, gdy dzielnik jest pełną liczbą. Jeśli jednak posiada przecinek, dzielną i dzielnik można pomnożyć przez taką liczbę, aby dzielnik stał się pełną liczbą. Wtedy dzielenie wykonujemy zwyczajnie, uważając tylko na pozostawienie przecinka w odpowiednim miejscu. Przykładowo 0,36:9=0,04. Jeśli mielibyśmy wykonać działanie 0,036:0,9, to:

Zatem dzieląc dwa ułamki dziesiętne oba z nich możemy pomnożyć przez 10, 100, 1000 itd. aby otrzymać dzielenie ułamka dziesiętnego przez pełną liczbę.

Dzielenie liczb z przecinkiem także możemy wykonywać w słupku. Wtedy, po zapisaniu ich obok siebie, nad narysowaną u góry kreską stawiamy przecinek nad przecinkiem dzielnej. Dzielenie wykonujemy potem tak, jak do tej pory.

Dzielimy 468,75 przez 15

Teraz działanie możemy wykonać w tradycyjny sposób

Widać, że jedyną różnicą w zapisie jest postawienie przecinka w odpowiednim miejscu.

Znając już ułamki, szczególnie dziesiętne, możemy zrezygnować z zapisywania reszty dzielenia i kontynuować dzielenie. Wtedy, gdy już zabraknie cyfr dzielnej, które można by spisać, dopisujemy po prostu 0 i kontynuujemy działanie, dopóki nie otrzymamy wyniku bez reszty. Jeśli dzielimy przez siebie dwie pełne liczby, np. 846 przez 24,to po otrzymaniu wyniku zmuszającego do zapisania reszty, piszemy po wyniku przecinek i, dopisując kolejne zera, dzielimy do końca. Wyglądałoby to tak:

Zamiast zapisywać resztę 6 do wyniku, po 35 stawiamy przecinek, do 6 dopisujemy zero i dokańczamy działanie:

Przykłady dzielenia ułamków dziesiętnych:

1,89:9=0,21

560,25:12,45=56025:1245=45

59:5,9=590:59=10

569,7769:23,87=56977,69:2387=23,87

3644:45,55=364400:4555=80

Ułamki okresowe

Spróbujmy podzielić 10 przez 3, wykonując działanie w słupku

Łatwo można zauważyć, że działanie to wyglądało by podobnie… w nieskończoność. Zatem wynikiem działania 10:3 jest 3,333333333333333… Liczba tych trójek po przecinku jest nieskończona. Ułamek dziesiętny, w którym występuje tego rodzaju ciąg nazywamy ułamkiem okresowym i zapisujemy 3,(3) (czyt. trzy i trzy dziesiąte, trzy w okresie). Taki zapis oznacza, że liczba w nawiasie powtarza się po przecinku nieskończenie wiele razy. Można zauważyć, że 10:3==3=3,333333…=3,(3). Zamieniono więc ułamek zwykły na dziesiętny nieskończony okresowy. Możemy także zamienić w ten sposób sam ułamek .

Ponieważ w samej jedynce trójka mieści się zero razy, do dzielnej od razu dopisujemy zero, a w wyniku od razu stawiamy przecinek, po czym dzielimy dalej.

Tak więc =0,(3)

W podobny sposób możemy zamienić ułamek :

=0,4444444…=0,(4)

Tak samo 31:111

=0,279279279279279279…=0,(279)

Wykonajmy jeszcze jedno dzielenie: 91:45

W tym przypadku okres ułamka 2,02222222… nie zaczyna się zaraz po przecinku. Nie jest on więc równy 2,(2), tylko 2,0(2). W tym ułamku tylko dwójka powtarza się wielokrotnie. Z powyższych przykładów wynika, że

Każdy ułamek zwykły można zamienić na ułamek dziesiętny skończony lub nieskończony okresowy.

Zamiana ułamków okresowych na zwykłe

[Uwaga! Ten podrozdział wymaga zapoznania z tematem: Równania]

Zadania

1.Zamień ułamki zwykłe na dziesiętne



2.Oblicz:

1. 0,12+2,789
2. 56,9-28,78
3. 0,00011 000 006
4. 67,2:0,337

Rozwiązania

1.a) b) c) d) e)18,1(6) f)